

门式启闭机有效悬臂端挠度计算公式探讨

胡婷¹, 闫玉萍²

(1. 华电郑州机械设计院有限公司, 郑州 450015; 2. 郑州铁路职业技术学院, 郑州 450015)

摘 要:以 1 250 kN 门式启闭机为例,采用《起重机设计手册》中挠度理论计算公式与有限元软件分别对有效悬臂端挠度进行了计算,结果显示理论公式挠度值比有限元软件所得挠度值小。通过推导,发现理论公式没有考虑剪切与拉伸变形引起的位移,采用推导所得公式计算得到的结果与有限元计算结果无限接近,说明推导的公式具有较好的实用性。

关键词:门式启闭机;挠度;有效悬臂端;有限元分析;理论公式

中图分类号:TV 664⁺.3 **文献标志码:**A **文章编号:**1674-1951(2016)12-0001-05

0 引言

为保证门式启闭机(以下简称门机)安全工作,在门架结构设计时,除满足强度要求外还要满足刚度条件。由于主梁在载荷作用下会产生下挠变形,小车轨道出现“坡度”,小车运行时不仅要克服正常的运行阻力,而且还要克服下挠产生的爬坡附加阻力,使之运行阻力增大,因此门架的刚度要求至关重要。

1 工程概况

广西长洲水利枢纽 1 250/50 kN 双向 A 型门机是水电站的重要水工设备,对整个大坝的安全运行有着直接影响。本文以 1 250 kN 门机为例进行刚度计算分析。1 250 kN 门机的主要参数为:工作级别, A3;跨中额定起升质量, 125 t;悬臂端额定起升质量, 100 t;小车及吊具质量, 56 t;跨度 L , 14 700 mm;

有效悬臂端长度 a , 6 150 mm。1 250 kN 门机简图如图 1 所示。

2 门架理论静挠度计算

2.1 静挠度许用值

门机的静挠度是指满载小车位于跨中和有效悬臂端时,在垂直平面内引起的主梁最大静挠度。根据 GB 3811—2008《起重机设计规范》^[1],在额定起升载荷和小车自重作用下,当小车位于主梁跨中时,主梁跨中垂直静挠度许用值为 $\frac{L}{750}$;而对具有悬臂的门机,当小车位于有效悬臂端时,该处垂直静挠度应为 $\frac{a}{350}$ 。因此,1 250 kN 门机跨中垂直静挠度许用值 $[f_1] \leq \frac{L}{750} = \frac{14\,700}{750} = 19.6 \text{ (mm)}$;有效悬臂端垂

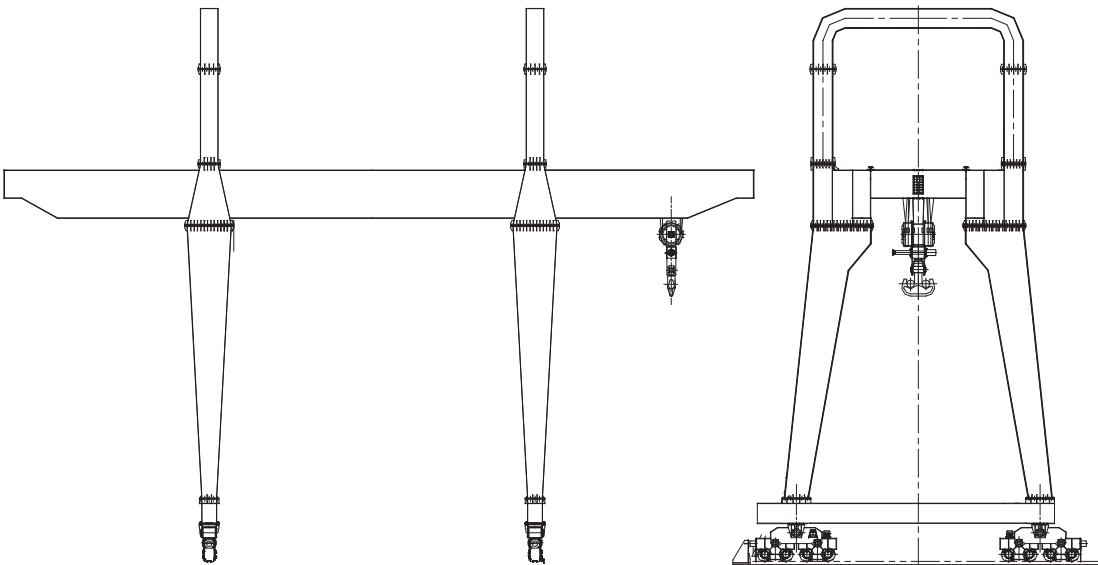


图 1 1 250 kN 门机简图

直静挠度许用值 $[f_2] \leq \frac{a}{350} = \frac{6\,150}{350} = 17.57 \text{ (mm)}$ 。

2.2 静挠度计算

1 250 kN 门机挠度计算简图如图 2 所示。

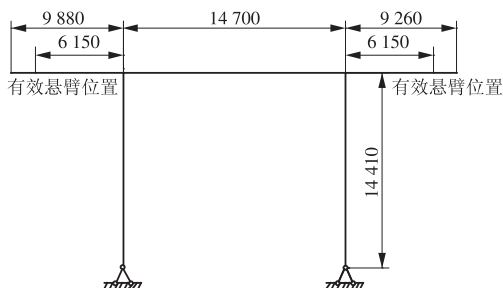


图 2 1250 kN 门机挠度计算简图

根据《起重机设计手册》^[2]第 2 版上卷第 410 页中公式(2-5-74)和(2-5-75),当满载小车位于跨中时,门架主梁跨中静挠度为

$$f_1 = \frac{(P_1 + P_2)L^3 C_2}{48EI_2} \cdot \frac{8k + 3}{8k + 12} = 2.583 \leq [f_1],$$

当满载小车位于悬臂端时,门架主梁悬臂端的静挠度为

$$f_2 = \frac{(P_1 + P_2)a^2 C_3}{3EI_2} \left(a + L \cdot \frac{8k + 3}{8k + 12} \right) = 10.14 \leq [f_2],$$

式中: P_1, P_2 为小车轮压荷载; C_2 为将小车轮压用它们作用于跨中的合力代替时计算挠度的换算系数; k 为计算系数(主梁与支腿的单位刚度比); E 为钢材的弹性模量; I_2 为主梁惯性矩; C_3 为将小车轮压用它们作用于有效悬臂端的合力代替时计算挠度的换算系数。

由以上结果可以看出,1 250 kN 门机的挠度均满足规范要求,且挠度由小车在悬臂端工作时控制。以下采用有限元软件对其进行计算。

3 门架有限元静挠度值计算

3.1 有限元模型的建立

以门架大车行走轨道平面内车轮对角线交点为原点、大车运行轨道为 X 轴、门架高度方向为 Y 轴、门架跨度方向为 Z 轴的坐标系作为整体坐标系,门架采用 Beam188^[3] 单元,模型包含 232 个节点和 235 个单元。

3.2 载荷及约束条件的施加

计算静挠度时的载荷为额定起升载荷和小车自重,不计冲击系数、动力系数和上部主梁自重。

对门腿与底梁相交处 X 轴指向一侧约束 X, Y, Z 方向的平移自由度, X 轴指向另一侧约束 Y 和 Z 方向的平移自由度,约束所有绕 X 轴和 Z 轴旋转自由度。有限元加载模型如图 3 所示。

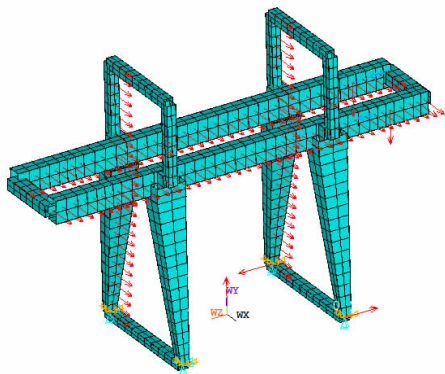


图 3 1250 kN 门机有限元加载模型

3.3 门架静挠度计算结果

(1) 小车满载位于跨中时,额定起升质量为 125 t,有限元计算结果如图 4 所示。此时跨中竖向位移为 5.55 mm < $[f_1] = 19.6$ mm,满足规范要求。

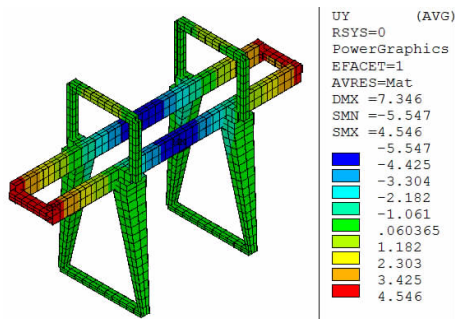


图 4 小车跨中门机竖向位移

(2) 小车满载位于悬臂端极限位置时,额定起升质量为 100 t,有限元计算结果如图 5 所示。此时悬臂端极限位置处竖向位移为 17.43 mm < $[f_2] = 17.57$ mm,满足规范要求。

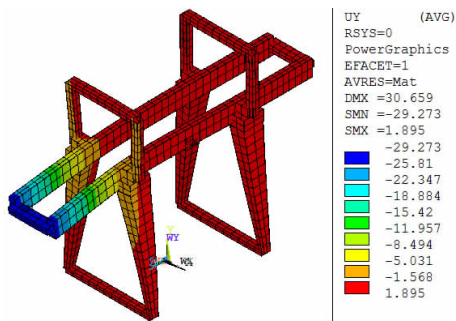


图 5 小车悬臂端极限位置门机竖向位移

对比有限元挠度值与理论公式挠度值可以看出:(1)有限元挠度值与理论公式挠度值有相同的趋势,即当小车在有效悬臂端时为控制工况;(2)有限元挠度值比理论公式挠度值大很多。

由于有限元结果与理论结果相差太大,如果以理论结果为设计依据,则门机可能会偏不安全,特别是以挠度控制时;如果以有限元结果为设计依据,则是偏安全设计。哪种结果才能成为设计依据,有必要对此进行讨论。

4 门架悬臂端静挠度理论公式推导

由于 1 250 kN 门机挠度由小车在有效悬臂端时控制,因此本文采用结构力学中的虚功原理对门架有效悬臂端的静挠度理论计算公式进行推导。为了方便推导,将 P_1 和 P_2 作为一个合力 P 作用在门架上,此时 C_3 即为 1。

结构在荷载作用下的位移^[4]为

$$f = \Delta M + \Delta Q + \Delta N ,$$
$$\Delta M = \int \frac{\overline{M}M}{EI} \mathrm{d}s ,$$
$$\Delta Q = \sum \int \frac{k}{GA} \frac{\overline{F}_Q F_Q}{\mathrm{d}s} \mathrm{d}s ,$$
$$\Delta N = \sum \int \frac{\overline{F}_N F_N}{EA} \mathrm{d}s ,$$

式中: ΔM 为弯曲变形引起的位移; ΔQ 为剪切变形引起的位移; ΔN 为拉伸变形引起的位移; M, F_Q, F_N 为实际荷载引起的内力; $\overline{M}, \overline{F}_Q, \overline{F}_N$ 为基本结构在虚设单位荷载作用下引起的内力; E 为钢材的弹性模量; I 为截面惯性矩; G 为钢材的切变模量; k 为切应变的截面形状系数; A 为截面面积; $\mathrm{d}s$ 为微段的位移。

4.1 弯曲变形引起的位移

两侧均为刚性支腿的门架为超静定门架(如图 6 所示),在外力作用下支腿底部有约束水平推力 X_1 ,先用结构力学中的力法求出水平推力 X_1 ,接着绘制 P 作用下的门架弯矩图,最后计算门架弯曲作用下引起的位移。

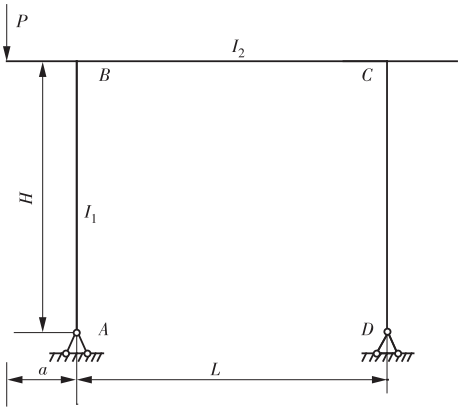


图 6 门架力学简图

线性变形条件下一次超静定结构的力法基本方程为

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1P} = 0 ,$$

式中: δ_{11} 为基本结构在单位力 $X_1 = 1$ 单独作用下沿水平力 X_1 的方向产生的位移; $\delta_{11} = \sum \int \frac{\overline{M}_1 \overline{M}_1}{EI} \mathrm{d}s$; Δ_{1P} 为基本结构在荷载单独作用下沿水平力 X_1 方向

的位移, $\Delta_{1P} = \sum \int \frac{\overline{M}_1 M_P}{EI} \mathrm{d}s$; $\overline{M}_1$ 为基本结构在单位力作用下的弯矩(如图 7 所示); M_P 为基本结构在荷载 P 作用下的弯矩(如图 8 所示)。

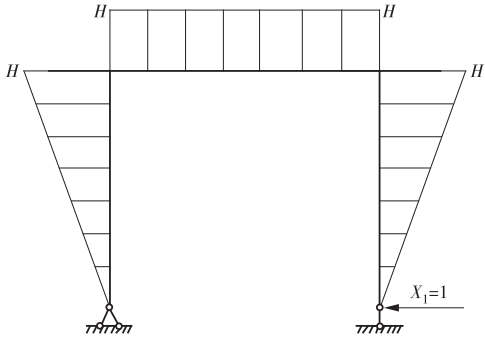


图 7 单位力作用下弯矩图 $\overline{M}_1$

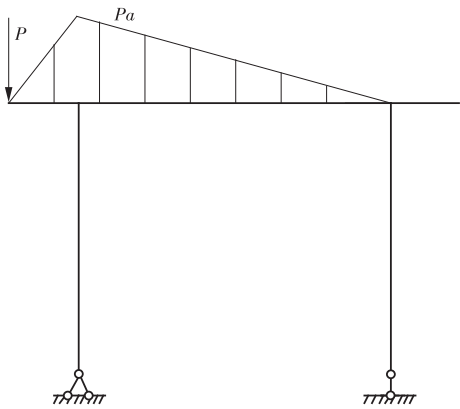


图 8 荷载 P 作用下弯矩图 M_P

由图乘法得出

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI_2} (H \cdot L \cdot H) + \frac{2}{EI_1} \left(\frac{H \cdot H}{2} \cdot \frac{2H}{3} \right) = \frac{H^2 L}{EI_2} + \frac{2H^3}{3EI_1} ,$$
$$\Delta_{1P} = \frac{PaLH}{2EI_2} ,$$
$$\left(\frac{H^2 L}{EI_2} + \frac{2H^3}{3EI_1} \right) X_1 + \frac{PaLH}{2EI_2} = 0 ,$$

由此得出 $X_1 = -\frac{3Pa}{2H(3+2k)}$, 与原假定方向相反,

则腿顶弯矩 $M_c = \frac{3Pa}{2H(3+2k)} \cdot H = \frac{3Pa}{2(3+2k)}$ 。

门架在荷载 P 作用下的弯矩: $M = \overline{M}_1 X_1 + M_P$, 由此可绘制荷载 P 作用在悬臂端门架弯矩, 如图 9 所示, 图 10 为基本结构在虚设单位荷载作用下的弯矩图。

《结构力学教程》^[4] 中计算超静定结构的位移时, 采用了图乘法, 而为了计算方便, 直接采用 M 和 $\overline{M}$ 进行图乘, 因此

$$\Delta M = \int \frac{\overline{M}M}{EI} \mathrm{d}s = \left\{ \frac{1}{2} a^2 \cdot \frac{2}{3} P \cdot a + \frac{1}{2} [Pa - \right.$$

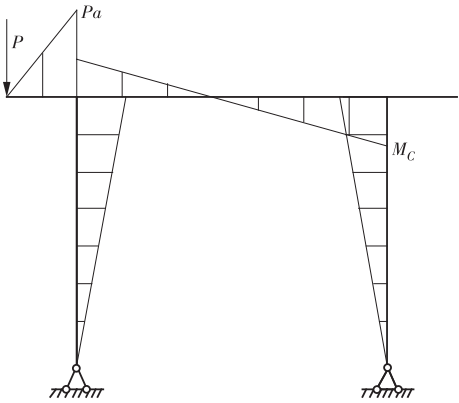


图 9 荷载 P 作用下的弯矩图 M

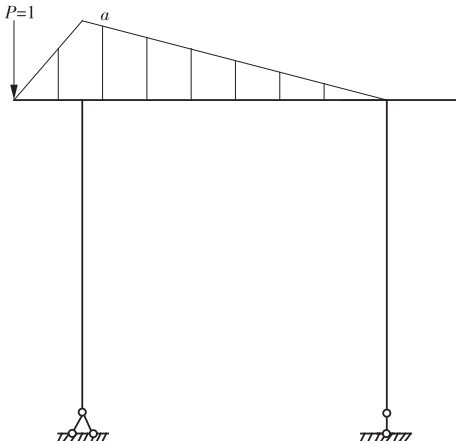


图 10 虚设单位荷载作用下的弯矩图 $\bar{M}$

$$\frac{3Pa}{2(3+2k)} \cdot L \cdot \frac{2}{3}a - \frac{1}{2} \cdot \frac{3Pa}{2(3+2k)} \cdot L \cdot \frac{1}{3}a \Big/ (EI_2) = \frac{(P_1 + P_2)a^2}{3EI_2} \left(a + L \cdot \frac{8k+3}{8k+12} \right), \text{ 与理论公式相同, 其中 } k = \frac{I_2H}{I_1L}.$$

然而图乘法是基于虚功原理推导的, 两个内力图图乘时应该为同一个结构的内力图, 也即计算超静定结构的位移时实际为原结构在 P 作用下的内力图与原结构在单位力 1 作用下的内力图图乘, 如图 11 所示, 其中 $M_{C1} = \frac{3a}{2(3+2k)}.$

$$\begin{aligned} \text{于是 } \Delta M &= \int \frac{M_1 M}{EI} ds = \left[\frac{1}{2}a^2 \cdot \frac{2}{3}Pa + \frac{1}{2} \right. \\ &\left. (Pa - M_C) \cdot L_1 \cdot \frac{2}{3}(a - M_{C1}) + \frac{1}{2}M_C \cdot L_2 \cdot \right. \\ &\left. \frac{2M_{C1}}{3} \right] / (EI_2) + \frac{2M_C \cdot h \cdot M_{C1}}{3EI_1} = \left[Pa^3 + PL(a^2 + \right. \\ &\left. 3M_{C1}^2 - 3aM_{C1}) \right] / (3EI_2) + \frac{2PHM_{C1}^2}{3EI_1}. \end{aligned}$$

4.2 剪切与拉伸变形引起的位移^[8]

剪切与拉伸变形引起的位移与弯曲变形引起的位移公式推导原理相同, 在此不再一一列出, 仅列出

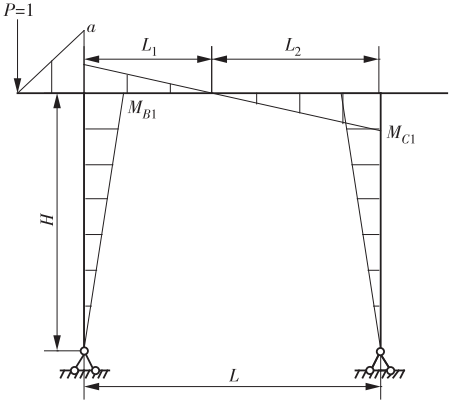


图 11 原结构在虚设单位荷载作用下的弯矩图 M_1

最后结果如图 12 ~ 图 15 所示。图 13 与图 15 中 $X_{11} = \frac{3a}{2H(3+2k)}.$

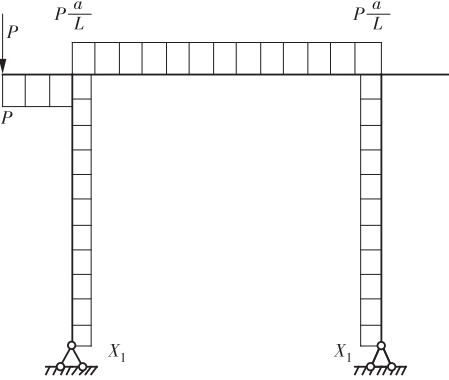


图 12 荷载 P 作用下的剪力图 F_Q

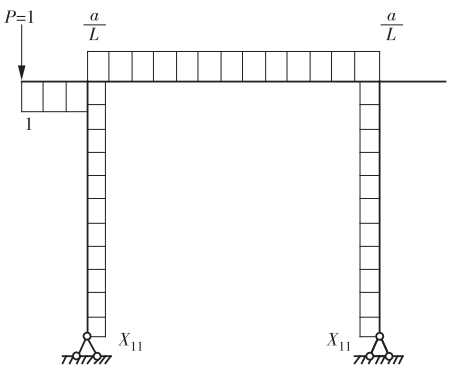


图 13 原结构在虚设单位荷载作用下剪力图 F_{Q01}

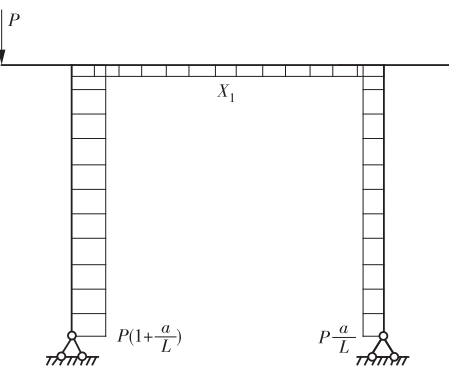


图 14 荷载 P 作用下的轴力图 F_N

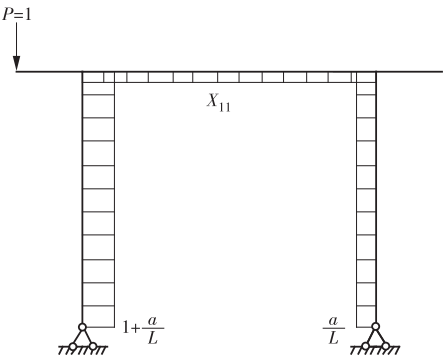


图 15 原结构在虚设单位荷载作用下轴力图 F_N

$$\Delta Q = \sum \int \frac{k_1 \overline{F_Q} F_Q}{GA_L} ds =$$
$$k_1 \frac{Pa \cdot 1 + P \cdot \frac{a}{L} \cdot L \cdot \frac{a}{L}}{GA_L} +$$
$$k_2 \frac{P \cdot X_{11}^2 \cdot H \cdot 2}{GA_H} =$$
$$k_1 \frac{Pa + P \frac{a^2}{L}}{GA_L} + k_2 \frac{9Pa^2}{2HGA_H(3 + 2k)^2},$$

式中: A_L, A_H 分别为主梁与支腿的截面积; k_i 为计算平均切应变 γ_0 时考虑到切应力在截面上分布不均匀而加的改正系数, 其中箱型截面的 $k_1 = A_L/A_1$, $k_2 = A_H/A_2$; A_1, A_2 分别为主梁与支腿的腹板截面积。

$$\Delta N = \sum \int \frac{\overline{F_N} F_N}{EA} ds = [P(1 + \frac{a}{L}) \cdot H(1 + \frac{a}{L}) +$$
$$P \cdot \frac{a}{L} \cdot H \cdot \frac{a}{L}] / (EA_H) + \frac{PX_{11}^2 L}{EA_L} =$$
$$[P \cdot (1 + \frac{a}{L})^2 \cdot H + P \cdot (\frac{a}{L})^2 \cdot H] / (EA_H) +$$
$$(9PLa^2) / [4H^2 \cdot (3 + 2k)^2 \cdot EA_L]。$$

于是代入 1 250 kN 门架相关数据得 $f = \Delta M + \Delta Q + \Delta N = 17.42 \text{ mm}$, 而有限元悬臂端挠度值为 17.43 mm, 与推导出的理论公式所得结果几乎相等。

在 ANSYS 中, Beam188 单元是基于铁木辛柯梁结构理论的, 它适合分析从细长到中等粗短的梁结构, 该单元考虑了剪切变形的影响。ANSYS 软件中, 在使用 Beam188 单元时, 输入弹性模量 E 和泊

松比 μ 后自动计算剪切模量 G , 计算公式为: $G = E/(1 + \mu)$, 考虑了剪切变形的影响。由此可以看出, 重新推导的理论公式与有限元中的理论相符, 因此推导的理论公式实用性较好。

5 结论

(1) 推导的理论公式所得结果与有限元计算结果几乎相等, 由此可以说明《起重机设计手册》中关于门机有效悬臂端挠度公式偏不安全, 在设计中需谨慎使用, 特别是门架设计是悬臂端刚度控制时。

(2) 有限元分析可以客观反映门机的受力状态, 因此在设计时辅以有限元分析是必要的。

(3) 在进行有限元分析时, 对于中粗梁, 剪切变形对位移影响较大, 故应考虑采用 Beam188 单元。在对剪切的影响不清楚, 并且需要得到比较完善的结果时, 可以直接使用 Beam188 单元。中粗梁的范围定义有待进一步讨论。

参考文献:

[1] 起重机设计规范: GB 3811—2008[S].
[2] 王金诺, 张质文, 程文明, 等. 起重机设计手册[M]. 2 版. 北京: 中国铁道出版社, 2013.
[3] 刘国庆, 杨庆东. ANSYS 工程应用教程: 机械篇[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2003.
[4] 龙驭球, 包世华, 匡文起, 等. 结构力学教程(I) [M]. 北京: 高等教育出版社, 1999.
[5] 徐格宁, 徐克晋. 门架结构在集中载荷任意作用处的位移计算[J]. 太原重型机械学院学报, 1995, 16(2): 114 - 122.

(本文责编: 刘芳)

作者简介:

胡婷(1984—), 女, 湖北黄冈人, 工程师, 工学硕士, 从事起重机金属结构设计方面的工作(E-mail: hut@ hdmidi.com).
闫玉萍(1972—), 女, 河南南阳人, 高级工程师, 工学硕士, 从事起重机金属结构设计及结构力学教学方面的工作(E-mail: yanyupinga@ 163.com).

如何使用平面角单位符号“°”“′”“″”

平面角的非 SI 单位度、[角]分、[角]秒是我国的法定计量单位, 其符号“°”“′”“″”是法定符号。由于它们的特殊性, 使用时应注意以下几条。(1) 不是字母符号, 须置于右上标, 表示量值时数值与符号间不留间隙, 如 30°。(2) 表示一个平面角的量值时, 可同时使用 2 或 3 个单位, 例如 $\alpha = 25^{\circ}20'$, $\beta = 18^{\circ}15'30''$ 。(3) 与其他单位构成组合单位时, 符号上需加圆括号, 如 10 (°)/min。(4) 书写平面角的量值范围时, 第 1 个量的单位符号不应省略, 如 10° ~ 15° 不应写为 10 ~ 15°。(5) 不应将“′”“″”用于表示时间, 如 35 min 28 s 不得写为 35'28"。(6) GB/T 1.1—2009《标准化工作导则 第 1 部分: 标准的结构和编写》建议: “平面角宜用单位(°)表示, 例如, 写作 17.25°不写作 17°15'。”即“度”最好按十进制细分。